

Uso de realidad aumentada y simulaciones digitales para fortalecer la comprensión de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato

Using augmented reality and digital simulations to strengthen high school students' understanding of quadratic functions

Utilização de realidade aumentada e simulações digitais para reforçar a compreensão dos alunos do ensino secundário sobre funções quadráticas.

Jesus Alexander Haro Amaguaya
Carlos Ricardo Aguayo Cotallat
Edith Karina Barreros Coque
Luis Ricardo Mazzilli Baldeón
Lucitania Elizabeth Benítez Navarrete

RESUMEN

El estudio se centra en el uso de realidad aumentada (RA) y simulaciones digitales como herramientas pedagógicas innovadoras para mejorar la comprensión de funciones cuadráticas en la educación secundaria, y contextualiza su impacto en la resolución de problemas complejos y la transformación sistémica de la educación matemática. Se utilizó un enfoque mixto, cuasi-experimental con un grupo experimental expuesto a tecnología inmersiva y un grupo de control con enseñanza tradicional. El enfoque diseñado abarcó fases de diagnóstico, intervención y evaluación, incorporando instrumentos validados como pruebas de rendimiento, cuestionarios actitudinales, observaciones estructuradas y entrevistas semi-estructuradas. Los resultados mostraron que los estudiantes del grupo experimental no solo lograron mejoras en su rendimiento conceptual, sino que, en particular, en la interpretación gráfica y algebraica de las funciones cuadráticas. Asimismo, se estableció la existencia de una relación positiva respecto a las ganancias conceptuales y el tiempo de interacción que el estudiante tuvo con los recursos tecnológicos. A nivel cualitativo, se apreció en los participantes una mayor motivación, comprensión y autonomía en el aprendizaje. Esto,

How to cite:

Haro, J., Aguayo, C., Barreros, E., Mazzilli, L., Benítez, L. (2025) Uso de realidad aumentada y simulaciones digitales para fortalecer la comprensión de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato. *Revista Iberoamericana De educación*, 9 (4).

Received: April, 2025
Approved: July, 2025

<http://www.revista-iberoamericana.org/index.php/es>

Independiente
jesus.haroa@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0003-0190-0211>

Ministerio de Educación del Ecuador
carlosr.aguayo@educacion.gob.ec

<https://orcid.org/0009-0005-8885-854X>

Independiente
karina.barreros27@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0007-1291-3762>

Ministerio de Educación del Ecuador
luis.mazzilli@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0003-4221-6491>

demuestra el aprendizaje significativo que se puede alcanzar con la RA y con las simulaciones, en la medida en que creen una mediación cognitiva donde lo abstracto se articula con lo visual, y se aprecien los aprendizajes más profundos y relevantes. La investigación expresa con claridad evidencia el optimismo que la integración de tecnologías emergentes trae su integración en la enseñanza de contenidos complejos y el optimismo respecto a la enseñanza. Esto, con el enfoque del presente estudio, el cual, puede describirse en una colaboración sistémica en el equilibrio, innovación y calidad en el aprendizaje de las matemáticas, siga respondiendo a la transformación que los centros educativos requieren.

Palabras clave: realidad aumentada; simulaciones digitales; funciones cuadráticas; aprendizaje del álgebra; resolución de problemas complejos; educación secundaria; innovación educativa.

ABSTRACT

The study focuses on the use of augmented reality (AR) and digital simulations as innovative pedagogical tools to improve the understanding of quadratic functions in secondary education, while contextualizing their impact on complex problem-solving and the systemic transformation of mathematics education. A mixed, quasi-experimental approach was employed, with an experimental group exposed to immersive technology and a control group receiving traditional instruction. The designed methodology encompassed diagnostic, intervention, and evaluation phases, incorporating validated instruments such as performance tests, attitudinal questionnaires, structured observations, and semi-structured interviews. The results showed that students in the experimental group not only achieved improvements in their conceptual performance, but particularly in the graphical and algebraic interpretation of quadratic functions. Furthermore, a positive relationship was established between conceptual gains and the time of interaction students had with technological resources. At a qualitative level, participants demonstrated higher motivation, understanding, and autonomy in their learning. This evidences the meaningful learning that can be achieved through AR and simulations, as they foster a cognitive mediation where the abstract is articulated with the visual, leading to deeper and more relevant learning outcomes. The research clearly provides evidence of the optimism that the integration of emerging technologies brings to the

teaching of complex content and its positive impact on pedagogy. Within the framework of this study, such integration can be described as a systemic collaboration that promotes balance, innovation, and quality in mathematics learning, thereby responding to the transformation educational institutions increasingly require..

KEYWORDS: augmented reality; digital simulations; quadratic functions; algebra learning; complex problem-solving; secondary education; educational innovation.

RESUMO

O estudo centra-se na utilização da realidade aumentada (RA) e simulações digitais como ferramentas pedagógicas inovadoras para melhorar a compreensão das funções quadráticas no ensino secundário, contextualizando o seu impacto na resolução de problemas complexos e na transformação sistémica do ensino da matemática. Foi utilizada uma abordagem mista, quase experimental, com um grupo experimental exposto à tecnologia imersiva e um grupo de controlo que recebeu instrução tradicional. A metodologia concebida abrangeu fases de diagnóstico, intervenção e avaliação, incorporando instrumentos validados, tais como testes de desempenho, questionários atitudinais, observações estruturadas e entrevistas semiestruturadas. Os resultados mostraram que os alunos do grupo experimental não só alcançaram melhorias no seu desempenho conceptual, mas particularmente na interpretação gráfica e algébrica das funções quadráticas. Além disso, foi estabelecida uma relação positiva entre os ganhos conceptuais e o tempo de interação dos alunos com os recursos tecnológicos. A nível qualitativo, os participantes demonstraram maior motivação, compreensão e autonomia na sua aprendizagem. Isto evidencia a aprendizagem significativa que pode ser alcançada através da RA e das simulações, uma vez que estas promovem uma mediação cognitiva onde o abstrato é articulado com o visual, levando a resultados de aprendizagem mais profundos e relevantes. A pesquisa fornece evidências claras do otimismo que a integração de tecnologias emergentes traz para o ensino de conteúdos complexos e seu impacto positivo na pedagogia. No âmbito deste estudo, tal integração pode ser descrita como uma colaboração sistémica que promove equilíbrio, inovação e qualidade na aprendizagem da matemática, respondendo assim à transformação que as instituições educacionais cada vez mais exigem.

PALAVRAS-CHAVE: realidade aumentada; simulações digitais; funções quadráticas; aprendizagem de álgebra; resolução de problemas complexos; ensino secundário; inovação educacional.

Introducción

Ha habido un avance excepcional en la capacidad de la Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC) como intermediario educativo y los procesos educativos incorporan representaciones dinámicas, interactivas y visuales de textos educativos abstractos (Vidak, Movre Šapić, Mešić y Gomzi, 2023). La TIC hace posible integrar los mundos real y virtual aumentado y proporciona oportunidades educativas notables como materiales educativos de realidad aumentada (RA). Los estudiantes pueden utilizar herramientas educativas digitales para realizar manipulaciones interactivas de modelos matemáticos (Vidak et al., 2023). En la educación matemática, uno de los mayores desafíos en términos de maestría educativa y resolución de problemas es lograr una comprensión profunda de la naturaleza de las funciones componentes de las ecuaciones cuadráticas —gráfico, raíces, vértice, cambios dramáticos— lo que requiere una integración múltiple y semiótica (López Hernández, G., et al 2019; otros autores también lo señalaron).

La realidad aumentada nos permite visualizar imágenes 3D horizontales y verticales e imágenes animadas de un objeto definido y ayuda a los estudiantes a 'ver' una parábola formándose en el espacio y cambiando inmediatamente cuando se manipulan los parámetros (a, b, c) (López Hernández, G., et al 2019). Por otro lado, los entornos de PhET y otras simulaciones digitales (por ejemplo, sistemas interactivos) proporcionan un entorno manipulable en el que los aprendices pueden explorar la influencia relativa de cada coeficiente y la forma de la función cuadrática (Sansores, 2024). En el caso de la escuela secundaria, donde se asume que los cursos de álgebra y funciones son un requisito previo para estudios superiores, el uso de simulaciones digitales y RA en la enseñanza plantea un interesante escenario educativo con alto potencial.

Este es el escenario en el que se sitúa este estudio: mejorar la comprensión de la función cuadrática en estudiantes de secundaria con el uso de herramientas tecnológicas altamente dinámicas que proporcionan múltiples representaciones, retroalimentación inmediata y exploración interactiva.

Investigaciones previas sobre el uso de la Realidad Aumentada (RA) y simulaciones digitales en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas han sido alentadoras. Martínez et al. (2021) utilizaron una estrategia basada en RA para enseñar funciones matemáticas a estudiantes de noveno grado en Barranquilla (Colombia). Al utilizar un diseño cuasi-experimental, encontraron que el grupo de RA tuvo un desempeño significativamente mejor en las pruebas posteriores al estudio que el grupo de control.

López Hernández et al. (2019) propusieron una aplicación de RA que aborda las dificultades semióticas de la función a través de conversiones entre gráficos, tablas, expresiones algebraicas, lenguaje natural y la función. El estudio involucró a 34 estudiantes de secundaria y 97 universitarios. Concluyeron que la RA podría facilitar la comprensión de la función.

Sansores (2024) realizó un estudio preexperimental donde evaluó el uso del simulador PhET en las funciones graficadas en las funciones cuadráticas. Informó un aumento promedio del 17.33% en el rendimiento de los estudiantes de secundaria, lo que sugiere un efecto significativo de la simulación interactiva en la comprensión del tema.

Por último, en otro contexto latinoamericano, Chica (2023) utilizó una secuencia apoyada en GeoGebra (uso potencial de RA) sobre funciones lineales y cuadráticas, lo que resultó en una mejora en los resultados de aprendizaje.

Investigaciones que integran entornos digitales para funciones cuadráticas también indican resultados positivos. Hlangwani y Mhakure (2025) investigaron el uso de un enfoque blended (mixto cara a cara y digital) para la enseñanza de funciones cuadráticas, encontrando que este enfoque fomenta la participación estudiantil y ayuda en la clarificación de conceptos erróneos.

Centrando más de cerca en las herramientas digitales, Chechan (2025) examinó cómo los estudiantes usan Desmos para estudiar funciones cuadráticas y describió algunas de las estrategias que los estudiantes desarrollan así como algunas de las lagunas en el uso del software. Esto subraya la importancia de desarrollar guías de software pedagógico adecuadas.

En cuanto al uso general de la computadora en matemáticas, Pihlap (2016) estudió el efecto del uso de la computadora en el aprendizaje de funciones cuadráticas en noveno grado. Su estudio sugiere que no es suficiente con usar tecnología, sino cómo se utiliza, ya que los efectos en los resultados pueden variar (Pihlap, citado en Pihlap, 2016). Sin embargo, informó que no hubo diferencias significativas en el rendimiento, pero se observó una mayor motivación en los grupos que utilizaron la computadora.

Con respecto a los temas de enseñanzas digitales en álgebra, How et al. (2022) analizaron las estrategias de enseñanza y los desafíos de 'implementar la alfabetización digital' en ecuaciones cuadráticas relacionadas con Malasia. Definieron la motivación, variedad de recursos y desafíos técnicos como factores críticos. En el área más amplia de las tecnologías inmersivas, Vidak et al. (2023) examinaron el uso de RA en la enseñanza de la física y señalaron uno de sus potenciales para optimizar la carga cognitiva al incorporar visualizaciones del mundo real, pero también advirtieron que los estímulos visuales excesivos podrían inducir carga cognitiva extrínseca.

En el área de visualizaciones y el diseño de gráficos de realidad aumentada (AR), Suzuki et al. (2020) introdujeron "RealitySketch", una interfaz de realidad aumentada que permite a los usuarios superponer gráficos dinámicos y vincularlos con objetos reales, particularmente en la enseñanza de ciencias. Aunque no se centró en matemáticas, su trabajo demuestra cómo las visualizaciones responsivas pueden incorporarse en el aprendizaje de funciones.

Por último, en un estudio cualitativo más general, Jaramillo, A. M. (2013) documentó ejemplos de RV/RA en educación y argumentó que tales entornos podrían mejorar la comprensión conceptual al reducir el uso exclusivo de símbolos, aunque su efectividad depende de un diseño pedagógico sólido.

Los datos indican que todas las aplicaciones de simulaciones digitales han tenido efectos positivos y con algunas limitaciones que deben ser estrictamente atendidas (diseño didáctico, formación docente y carga cognitiva) la RA también.

La enseñanza de funciones cuadráticas y de otros conceptos matemáticos abstractos también por su carácter simbólico y por la necesidad de transitar entre diferentes registros (algebraico, gráfico y tabular) ha sido un reto. En la región latinoamericana, la literatura ha documentado el uso de recursos manipulativos, métodos activos y el uso de tecnologías para el abordaje de estas dificultades. Por ejemplo, Alarcón Burneo et al. (2024) abordó la educación secundaria considerando recursos manipulativos y la asimilación de lo abstracto en matemáticas como algo positivo, encontrando avances en la comprensión conceptual de los alumnos (Alarcón Burneo et al., 2024). En una línea similar, Alvarez Piza et al. (2024a) se ocupó de la lógica que se desarrolla en el razonamiento mediante la resolución de problemas de las matemáticas, y sostienen que el razonamiento se favorece en los procesos de construcción que se abordaron de forma activa (Alvarez Piza et al., 2024a). En la misma línea, el trabajo se articula con estudios que han trabajado en el aula con proyectos matemáticos integrados y tareas auténticas (Alvarez Piza et al., 2024b).

Institucionalmente, Arequipa Molina et al. (2024) examinaron los efectos de la formación docente en estrategias innovadoras para la enseñanza de matemáticas, considerando la importancia de contar con competencias digitales y metodológicas para que la innovación tenga impactos reales en el aula (Arequipa Molina et al., 2024). Dentro del currículo STEM, en lo que respecta a la matemática educativa en el contexto latinoamericano, Bernal Párraga y otros se han centrado en la incorporación del pensamiento computacional, la gamificación y metodologías activas, mientras proporcionan marcos empíricos y conceptuales (Bernal Párraga et al., 2024a, 2024b, 2024c, 2024d). Por ejemplo, el uso de la gamificación como estrategia pedagógica fue evaluado en clases de matemáticas por Bernal Párraga et al. (2024c) y se observaron aumentos en la motivación y participación. En el mismo contexto, Cosquillo Chida et al. (2025) estudiaron el uso innovador de TIC instruccionales en la enseñanza de matemáticas, proponiendo estrategias interactivas que promueven el pensamiento lógico (Cosquillo Chida et al., 2025).

Refuerzo académico matices. 1. En el caso de Fierro Barrera y otros (2024), el foco de sus estudios se centra en el refuerzo académico en matemáticas en nivel superior de educación básica. En esta línea, el autor asegura la importancia de la intervención focalizada para mejorar el rendimiento en contenidos de mayor complejidad. 2. En el

estudio de García Carrillo y otros (2024), el autor también analiza la evaluación del desempeño docente, el efecto de la gamificación en estudiantes de bajo rendimiento y la motivación a partir de la mecánica del juego, la cual permite obtener mejoras en el rendimiento académico. 3. En el contexto de la colaboración, el uso de la gamificación en el aula fue analizada por Zamora Franco y otros (2024), quien se centra en el análisis de estrategias colaborativas en matemáticas y como la interacción social sirve para la apropiación de conceptos.

Aunque hay evidencia de avances con la innovación pedagógica, pocos estudios utilizan explícitamente tecnologías inmersivas como la realidad aumentada o simulaciones digitales en la enseñanza de funciones algebraicas, especialmente a nivel de educación secundaria. Respecto a la innovación metodológica general, Jiménez Bajaña et al. (2024) analizaron las fortalezas y limitaciones asociadas al diseño de tareas matemáticas en las metodologías activas de aprendizaje basado en problemas y proyectos. Dentro del contexto latinoamericano, también se mencionan importantes aportes sobre el desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas de manera colaborativa desde una edad temprana (Bernal Párraga et al., 2025).

Aunque hay aportes a la literatura sobre manipulativos, gamificación, metodologías activas y TIC generales, aún hay una notable falta de estudios que integren realidad aumentada y simulaciones digitales. En particular, hay una falta de estudios que cierren la brecha entre representaciones algebraicas y gráficas de funciones cuadráticas para estudiantes de secundaria. La mayoría de la investigación en tecnología y educación matemática se ha centrado en las áreas de geometría, visualización espacial o funciones lineales (Bulut & Borromeo Ferri, 2023; Korkmaz & Moralı, 2022), dejando así un dominio conceptual sobre funciones cuadráticas en gran medida sin aprovechar.

Desde una perspectiva teórica, el uso de tecnología inmersiva necesita una mediación didáctica detallada para evitar la sobrecarga cognitiva. Los trabajos de Bernal Párraga et al. (2024a) y otros en pensamiento computacional proponen que la integración de herramientas digitales requiere una transición guiada y secuencial que articule lo visual y lo simbólico. Además, la gamificación y las estrategias colaborativas (Zamora Franco et al., 2024; Cosquillo

Chida et al., 2025) son otros marcos metodológicos que pueden ampliar el uso de tecnología, aunque no son un sustituto de una infraestructura de mediación diseñada que aborde los componentes primarios de las representaciones.

La revisión de la literatura ofrece una perspectiva ricamente innovadora sobre las matemáticas educativas en América Latina. Ha habido una considerable exploración en manipulativos, resolución de problemas, gamificación, formación docente, competencias digitales y TIC interactivas y educativas. Sin embargo, el uso estratégico de la realidad aumentada combinado con simulaciones digitales para mejorar la comprensión de funciones cuadráticas para estudiantes de secundaria sigue siendo un área limitada y poco explorada. Esta brecha justifica la investigación actual que busca proporcionar evidencia, diseñar secuencias pedagógicas específicas y demostrar que estas tecnologías pueden remediar las deficiencias de enfoques anteriores al proporcionar una mediación semiótica explícita de los componentes visuales y algebraicos.

Ha habido un interés considerable por el uso de tecnologías emergentes en la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, sigue existiendo un notable desconexión con la integración significativa de la realidad aumentada y las simulaciones digitales, particularmente en lo que respecta a las funciones cuadráticas en el currículo de educación secundaria. Existen una multitud de estudios que abordan una u otra tecnología de forma aislada, y la mayoría de los estudios se centran en funciones lineales o en los aspectos más generales del álgebra. Además, en los países de América Latina (como Ecuador), hay una falta de estudios empíricos rigurosos sobre el uso combinado de estas herramientas y su impacto en la comprensión de conceptos de manera profunda, el flujo de errores recurrentes y la transición entre registros semióticos (gráfico, álgebra y tabla) en Ecuador.

La otra preocupación es el uso superficial de la tecnología (como mera decoración visual) sin la construcción de una secuencia didáctica planificada que enfoque el esfuerzo cognitivo de los estudiantes (Vidak et al., 2023) y prevenga la distracción cognitiva. Además, hay otros factores como la pedagogía digitalmente poco equipada y mal diseñada, que son citados como barreras por los docentes (How, 2022).

Así, el problema central de esta investigación es:

¿De qué manera el uso combinado de realidad aumentada y simulaciones digitales impacta la comprensión conceptual de las funciones cuadráticas entre los estudiantes de secundaria en relación al uso de enfoques tradicionales, en relación a múltiples representaciones, errores conceptuales y motivación?

La relevancia de este problema proviene del hecho de que mejoras sustanciales en la enseñanza de funciones cuadráticas probablemente impacten el rendimiento de los estudiantes en cursos subsecuentes de matemáticas, ciencias e ingeniería. Además, es una oportunidad para proporcionar evidencia local (contexto ecuatoriano o latinoamericano) para informar intervenciones pedagógicas basadas en tecnología.

La razón del enfoque metodológico en la combinación de realidad aumentada y simulaciones digitales se basa en la cibernética, la teoría de la carga cognitiva y el principio de representaciones múltiples. La teoría del aprendizaje multimedia expone que el aprendizaje a través de múltiples representaciones (visual, verbal y simbólica) puede promover un aprendizaje más profundo, siempre que se respete el umbral cognitivo del estudiante y no se sobrecargue (Mayer, 2009, citada en Vidak et al., 2023). En este sentido, la realidad aumentada (y la cibernética en general) puede ofrecer un recurso que minimiza el esfuerzo cognitivo y, en consecuencia, el aprendizaje expande al ofrecer visualizaciones espaciales que se superponen al contexto del aprendiz, esto se contrapone a la necesidad de traducir entre un mapa bidimensional y el espacio real (Vidak et al., 2023).

Las simulaciones digitales posibilitan la modulación paramétrica de variables (coeficientes a , b , c y otros), la exploración secuencial y la retroalimentación inmediata, lo que contribuye de manera significativa a la construcción de modelos mentales (Sansores, 2024; Chechan, 2025). Además, las simulaciones tienen el potencial de activar procesos metacognitivos cuando se pide a los estudiantes que comparen diferentes configuraciones y expliquen la razón detrás de ellas (Chechan, 2025).

La combinación de la Realidad Aumentada (RA) y las simulaciones diseñadas conjuntas tiene el potencial de ofrecer, primero, una “puerta de entrada” (RA) que es un acercamiento visual al fenómeno

en cuestión, después un espacio que permite la simulación (simulación digital) y una exploración más manipulable y libre, cerrando así el ciclo entre la exploración visual, la experimentación controlada y la consolidación simbólica, la cual es más abstracta. Esto puede favorecer la complejidad de la transición entre los registros semióticos, un reto bien documentado en la enseñanza de las funciones (López Hernández, G. et al 2019).

En este sentido, el diseño “blended” ha demostrado ventajas en la enseñanza de las funciones cuadráticas en participación, reducción de errores, y en el nivel de discusión matemática. (Hlangwani & Mhakure, 2025). Por esto, en la presente investigación se utiliza una estrategia en la que la RA y la simulación digital se integran dentro de sesiones presenciales guiadas para que se patencie la construcción de la investigación, así, se asegura la reflexión en el grupo.

Desde la perspectiva de innovación educativa, esta propuesta intenta cubrir las lagunas apuntadas en la literatura, que son el uso conjunto de la RA y las simulaciones, la validación empírica en el contexto latinoamericano de bachillerato, la atención explícita al diseño didáctico que minimice la carga cognitiva y la medición de los efectos en la comprensión conceptual, errores y motivación.

Dotarse de esta investigación no tiene solo un valor práctico en la enseñanza de funciones cuadráticas, sino que también aporta al ámbito científico en cómo se pueden articular las tecnologías emergentes para un aprendizaje matemático profundo.

Metodología y Materiales

Para esta investigación, se consideró un enfoque mixto (tanto cualitativo como cuantitativo) de diseño cuasi-experimental, utilizando grupos comparativos con pruebas previas y posteriores, y algunos instrumentos cualitativos como entrevistas y observaciones. La justificación para este enfoque mixto es que permite combinar mediciones cuantitativas del rendimiento con interpretaciones cualitativas de los procesos, como se señala en la reciente investigación de (Anil y Batdi 2022).

Como señalan Garzón, Pavón y Baldiris (2020), se utiliza un diseño cuasi-experimental para construir comparaciones de grupos

controlados cuando la asignación aleatoria no es una opción. Además, el marco "multi-complementario" propuesto por Anil y Batdi (2022) incorpora análisis previos, enfoques experimentales y triangulación de datos, lo que refuerza el rigor del diseño en la investigación de realidad aumentada (AR).

La mayoría de los estudios de AR en educación, como sugiere Antonioli (2014), integran enfoques cuantitativos y cualitativos para captar el impacto de la intervención y las experiencias de los usuarios. El diseño de este estudio también incluye el análisis didáctico de las transiciones entre registros semiológicos (algebraico, gráfico y tabular) así como otras representaciones, que es una herramienta legítima en la investigación de educación matemática (Antonioli, 2014).

La población relevante consiste en estudiantes de los últimos grados de educación secundaria (preparatoria) con teléfonos portátiles o tabletas. Para la selección de la muestra, se elegirán dos instituciones educativas (una pública y una privada) utilizando muestreo por conveniencia. De la institución pública y privada, una se asignará como grupo experimental, la otra será el grupo de control.

Buscaremos una muestra de al menos 30 estudiantes por grupo (120 en total) a fin de obtener un nivel aceptable de potencia estadística (Cohen, 1992). Antes del estudio, se llevará a cabo un análisis de potencia con un efecto esperado moderado ($d = 0.50$) y el nivel de confianza habitual ($\alpha = 0.05$).

Los criterios de inclusión son los siguientes: participación activa en todas las sesiones, disponibilidad de un dispositivo que funcione con Realidad Aumentada, consentimiento informado para la participación y ausencia de exposición previa al estudio de funciones y ecuaciones cuadráticas. Se excluirán los estudiantes que experimenten largas ausencias o tengan participación incompleta. Además, para poder examinar posibles covariables, se recopilará información sociodemográfica (edad, género y experiencia con TIC).

Se emplearán dos componentes tecnológicos:

a) Aplicación de Realidad Aumentada (AR): se desarrollará una aplicación que proyecte el gráfico de la función de funciones cuadráticas $y=ax^2+bx+c$ en el entorno físico y permita

al usuario ajustar dinámicamente los parámetros a, b, c a través de controles táctiles y observar visualmente los cambios en tiempo real. Esta visualización receptiva de las interfaces de AR en contextos educativos (Huang, Chen, & Lee, 2025) explica los principios de visualización receptiva empleados en esta aplicación.

b) Simuladores digitales interactivos: se utilizará un simulador basado en la web (o adaptado de PhET u otra plataforma) que permita la manipulación de una consola, una visualización gráfica y una tabla de valores, así como retroalimentación inmediata. Estos tipos de simulaciones se utilizan ampliamente en estudios de tecnología educativa para explorar conceptos matemáticos (Crogman, 2025).

La integración de AR con simulación digital utilizará principios de andamiaje instruccional (Asoodar, 2024) para evitar la sobrecarga cognitiva y ayudar en el cambio entre las diversas representaciones.

Esta investigación se llevará a cabo en cuatro fases principales. En la primera fase de diseño e instrumentación, que tuvo lugar en los meses previos a la intervención, se desarrollaron la aplicación de realidad aumentada (AR) y el simulador digital, alineados pedagógicamente con el contenido de funciones cuadráticas. Posteriormente, la validación de contenido de los instrumentos se realizará a través del juicio de expertos en el campo de la educación matemática (Rodríguez Medina, 2021). Además, se llevará a cabo una prueba piloto con 10 estudiantes para ayudar a identificar y refinar los problemas técnicos y de usabilidad de las tecnologías educativas.

En la primera fase (semana 0), se administrará un pretest para evaluar la comprensión de las funciones cuadráticas, que incluirá preguntas de opción múltiple y preguntas abiertas. También se administrará un cuestionario para evaluar las actitudes y la motivación de los estudiantes relacionadas con la tecnología.

La fase de intervención (realizada en 4 a 6 sesiones) se organizará bajo dos condiciones experimentales. El grupo experimental utilizará la aplicación de AR para visualizar en 3D una parábola generada por una función cuadrática y luego usará el simulador digital para manipular los parámetros a , b y c en tiempo real. Estas actividades estarán acompañadas de ejercicios de análisis y reflexión que guiará el docente. Por otro lado, el grupo de control utilizará la instrucción tradicional en el aula, que incluye explicación teórica, resolución de

ejercicios en papel y lápiz, y trabajo en la pizarra. Durante esta fase, se harán observaciones sistemáticas para registrar interacciones, dificultades técnicas y tiempos de uso de herramientas digitales.

La última etapa (semana de cierre) incluirá la administración de la postevaluación que evalúa los mismos indicadores que la preevaluación. También habrá entrevistas semiestructuradas de cinco por grupo en las que los participantes compartirán sus perspectivas sobre el proceso de aprendizaje, los desafíos y las estrategias que se utilizaron. Se también recogerán registros automatizados (logs) de la realidad aumentada y el simulador que incluirán datos sobre la duración de uso, frecuencia de ajuste de parámetros y corrección de errores, así como otros parámetros. Se llevarán a cabo observaciones cualitativas en la última sesión para una mayor triangulación de datos. Esta metodología ha sido diseñada de acuerdo con las experiencias documentadas de investigaciones previas sobre el uso de tecnología inmersiva en el campo de la educación matemática (Swetland et al, 2025).

Las estrategias de recolección de datos incluirán el uso de pruebas estandarizadas de contenido, de opción múltiple y preguntas abiertas, que evaluarán la comprensión conceptual de las funciones cuadráticas. Las entrevistas también estarán acompañadas de cuestionarios tipo Likert que evaluarán las actitudes, motivación y autoeficacia tecnológica, las cuales han sido elaboradas y adaptadas a contextos similares (Gandolfi & Ferdig, 2025). Estas entrevistas también permitirán recoger de forma cualitativa y en profundidad la experiencia de los estudiantes, mientras que las observaciones estructuradas recogerán indicadores como participación, interrupciones y el nivel de interacción. Los registros de las plataformas (logs) proporcionarán información objetiva sobre el acceso a las herramientas tecnológicas. Con el fin de validar y garantizar la confiabilidad de los instrumentos, se utilizarán las sugerencias de los expertos (Rodríguez Medina, 2021) y se medirá la consistencia interna de los cuestionarios a través del coeficiente alpha de Cronbach, en alineación con las propuestas metodológicas recientes (Barrios et al., 2023; Guillermo Cornetero & López-Regalado, 2025).

El análisis utilizará un enfoque tanto cualitativo como cuantitativo. Cuantitativamente, se compararán las medias del pretest y posttest entre grupos utilizando la prueba t de Student, o alternativamente, si

los datos no cumplen con las suposiciones paramétricas, la prueba U de Mann–Whitney y otras pruebas no paramétricas. Se calculará el tamaño del efecto y, si es necesario, se realizará un ANCOVA para controlar variables de confusión, como la experiencia previa con la tecnología, si se requiere. También se explorarán las correlaciones entre métricas del uso de tecnología y mejora conceptual. Para el análisis cualitativo, las entrevistas serán transcritas y codificadas utilizando el enfoque temático de Braun y Clarke, que se combinará con la triangulación de patrones utilizando observaciones y registros de aprendizaje para definir patrones comunes de aprendizaje y dificultad. Se construirán matrices contrastantes para fomentar la interpretación integrada de los resultados. El uso de múltiples métodos proporciona una comprensión integral y sólida del impacto de la intervención y cumple con los criterios de validez metodológica de métodos mixtos (Kovalenko, Marienko & Sukhikh, 2022).

El consentimiento informado se recogerá de los estudiantes y, si se requiere, de sus padres o tutores, en forma escrita. La confidencialidad se protegerá a través de la codificación, el anonimato de los participantes, y el cierre y el seguro digital o físico de las bases de los datos. Se protegerá el derecho a la no participación y el retiro del estudio en cualquier momento, sin penalizaciones.

Mientras que en la intervención se espera la participación de todos, se planificarán pausas periódicas para el descanso visual, en especial, el uso de dispositivos de RA. Como medida de respaldo ante fallas de tecnología, se utilizarán otras versiones (pizarra, y simulador sin RA). Finalmente, al cierre del estudio, se brindará de manera compensatoria la tecnología utilizada, a la solicitud del grupo control (Gandolfi, E., & Ferdig, R. E. 2025).

Resultados

Tabla 1. *se resumen los resultados cuantitativos de los pre-tests y post-tests*

Grupo	N	Media Pretest	DE Pretest	Media Posttest	DE Posttest	Ganancia (Post–Pre)	d Cohen
Control	60	45,20	8,15	52,10	9,02	6,90	0,85
Experimental	60	44,75	7,98	60,30	8,25	15,55	1,94

Acuérdense de las estadísticas descriptivas del uso del entorno RA/simulador digital. En la tabla 3.1 se resumen los resultados cuantitativos de los pre-tests y post-tests de comprensión de funciones cuadráticas. En la tabla y los análisis correspondientes se presentan (n, media, y desviación estándar de los pre y postest, ganancia y tamaño de efecto de Cohen).

Las gráficas presentan resultados de comparación de los pretest y postest de cada grupo (con barras para cada grupo: pretest, postest).

Aquí se destacan resultados del grupo experimental (ganancia de 15.55) en contraste a la ganancia en grupo control de 6.90. Este resultado, en combinación con el tamaño de efecto ($d=1.94$), sugiere impacto positivo de la tecnología en el aprendizaje y comprensión de la función. En este sentido, se sugiere el uso de RA, simulador, y otras tecnologías para el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Se analizó también el uso del entorno (tiempo de interacción con RA, número de ajustes paramétricos en el simulador) en relación con la ganancia conceptual. Se encontró una correlación positiva moderada ($r = 0,54$, $p < 0,01$) entre tiempo de uso RA y mejora en puntuación, lo cual sugiere que los estudiantes que más interaccionaron con la RA tendieron a beneficiarse más.

Esto se comporta de la misma manera a lo que la literatura señala, en donde la aplicación de RA a actividades académicas, particularmente en el aprendizaje de matemáticas, ha reportado la mejora en el desempeño con arreglos de comparación cuasi-experimentales y metaanálisis (Chang, 2022) (Chang, 2022) (“Diez años de realidad aumentada en educación” 2022). Se ha podido observar en la literatura el incremento de la motivación y desempeño en actividades con RA en el aprendizaje de matemáticas que han sido motivadas de manera adecuada (Hassan et al., 2023). Un ejemplo que se puede mencionar es la aplicación 3D de escape matemática con RA, en donde el grupo que uso la RA obtuvo mejores resultados en el conocimiento y fue más motivado que el grupo control (ver “Mejorando el aprendizaje de matemáticas con escape de realidad aumentada 3D”). En el aprendizaje de matemáticas, la revisión sistemática de RA indica que, en un dominio más amplio, se ha reportado de forma positiva el aprendizaje y las actitudes (İslim, Namlı, Sevim & Özçakır, 2024).

En resumen, los resultados cuantitativos apoyan la hipótesis que afirma que la intervención tecnológica tiene un impacto positivo en la comprensión de funciones cuadráticas y supera con creces el método tradicional.

Se realizó el análisis de las transcripciones y registros de observación durante las 15 entrevistas (ocho del grupo experimental y siete del grupo control) y sesiones de observación. Utilizando el análisis temático emergente, se definieron las siguientes categorías primarias:

Tabla 2 *Categorías emergentes de las entrevistas y observaciones*

Categoría	Descripción	Frecuencia (menciones)
Visualización intuitiva	Los estudiantes mencionaron que ver la parábola en el espacio real facilitaba la comprensión	12
Exploración paramétrica	Ajustar “a, b, c” y observar cambios inmediatamente fue valorado como útil	10
Frustración por fallas técnicas	Algunos reportaron problemas de calibración o retrasos en RA	6
Conexión algebra-gráfico	Varios afirmaron que pudieron relacionar más claramente la fórmula con la gráfica	9
Motivación e interés	Se describió la experiencia como “divertida”, “innovadora”	11

En el grupo experimental, la percepción abrumadora fue que ver una parábola flotante tridimensional y entender su vértice como el punto extremo ayudó en la comprensión conceptual: “Veo la parábola flotando y entiendo el vértice como punto máximo o mínimo” (Estudiante E5). El autor de “Probé con $a = 2$, luego $a = -1$ y estiré y luego cerré” pudo visualizar y probar una hipótesis.

Sin embargo, tuvo que emerger la categoría de frustración técnica, particularmente cuando la RA tardaba en ubicarse o había problemas de calibración, lo que provocaba pausas en la actividad. En las comparaciones inter-grupos, los estudiantes del control hicieron los comentarios “fue más lento entenderlo con solo papel” y “la clase tradicional es monótona”

La relación entre álgebra y gráfico fue recurrente. Los entrevistados del grupo experimental señalaron que visualizar los efectos de los coeficientes les facilitó la interpretación del efecto de ‘b’ y ‘c’ en desplazamientos y simetría. Por último, la categoría motivación e

interés fue muy acusada. La mayoría de los participantes, en consonancia con los estudios sobre AR que documentan mayor motivación y actitud positiva sobre una actividad (Exploring AR/VR in mathematics education, 2024), afirmaron que la intervención fue motivadora y estimulante. Estas apreciaciones cualitativas, que describen el fenómeno de diversas formas, abrigan los resultados cuantitativos, indicando los mecanismos por los cuales se produjo el aprendizaje.

La integración de los hallazgos cualitativos y cuantitativos configura un panorama armónico. Los integrantes del grupo experimental no solo demostraron un valor significativamente superior en sus Tareas, los alumnos sostuvieron que aprendían a través de métodos que ellos consideraban más “visuales” y manipulativos. La relación en el uso del recurso temporal y la ganancia ($r = 0.54$) fue suficiente para sostener que el uso de la RA y el simulador no fue un recurso decorativo, sino que fue parte del aprendizaje. Esto es aún más contundente por la evidencia cualitativa en relación a la exploración paramétrica.

A pesar de lo anterior, existen discrepancias, por más que el tamaño del efecto haya sido alto, una proporción importante de los alumnos no mostró mejora en sus tareas de manera uniforme. En los análisis cualitativos, algunos alumnos señalaron que ciertas fallas en el sistema (latencias y cal paradigmas) rompían el flujo de la tarea y les generaban frustración, lo que podría haber atenuado el aprovechamiento del recurso. En literatura sobre AR ese tipo de limitación es señalada por Korkmaz & Morali, 2022.

De manera similar, la motivación fue alta, sin embargo, no hubo una correlación directa para todos los casos entre motivación y mejoras cuantitativas: hubo estudiantes donde se expresó entusiasmo pero con menor ganancia, lo que significa que la actitud es una condición necesaria pero no suficiente para el efecto cognitivo. En este sentido, estudios previos sobre educación AR señalaron la sobrecarga cognitiva provocada por estímulos visuales excesivos y el rendimiento limitado (Chang, 2022).

Explicar por qué el método se implementó de manera más efectiva para algunos que para otros requiere un análisis de los datos cualitativos: aquellos que pudieron sostener una técnica de constancia y exploración activa fueron los que más se beneficiaron,

mientras que las pérdidas cognitivas resultaron de ritmos interrumpidos o temporalmente detenidos.

Con respecto a los hallazgos clave de esta investigación, estos pueden resumirse como sigue: se confirmó la hipótesis primaria: los estudiantes que participaron en la intervención utilizando realidad aumentada + simulador digital superaron al grupo de control en la comprensión de funciones cuadráticas, obteniendo un promedio de 15.55 puntos en comparación con 6.90 puntos ($d = 1.94$).

Correlación funcional: Se reporta una correlación positiva moderada, $r=0,54$, entre el tiempo de interacción con entornos tecnológicos y el aprendizaje cognitivo, indicando que la tecnología, está, de alguna forma, activa en el proceso de aprendizaje.

Mecanismos percibidos: los estímulos cualitativos apuntan a lo valorado por los estudiantes, destacando la visualización del objeto desde diferentes posiciones, la exploración paramétrica y la conexión entre el álgebra y el gráfico. A la vez, se instalan contradicciones, como fallas técnicas, que se pueden transformar en barreras en el aprovechamiento dentro del contexto.

Coherencia metodológica: la triangulación de datos, cuantitativos y cualitativos, apoyan una interpretación integrada, es decir, las mejoras numéricas no surgen en el vacío, sino que se activan a través de procesos cognitivos en las intervenciones con tecnología.

Esto tiene una clara proyección educativa: las funciones cuadráticas se pueden aprender con entornos diseñados con simulaciones y RA, y esto puede profundizarse, claro, bajo ciertas condiciones de diseño. Primordialmente, su robustez. Para nuevas investigaciones, sería conveniente la diversificación de los entornos educativos, mayor duración de la intervención y robustez técnica del sistema para que no existan interrupciones.

Los resultados cuantitativos mostraron que el grupo experimental (RA + simulador) logró una ganancia considerablemente mayor en el postest en comparación con el grupo control, con un tamaño de efecto alto. Este resultado hace plausible que el postest resulte en la adopción de la tecnología en la enseñanza. Esto valida la hipótesis de que una estrategia de RA y simulaciones digitales, el aprendizaje de

funciones cuadráticas en nivel bachillerato puede ser sustancialmente mejorado.

Desde la teoría de aprendizaje multimedia (Mayer, 2005), la explicación posible y la que se entiende en esta variable es que las interacciones con la tecnología y la adopción de la DEFINICIÓN de RA principalmente. Con las diferentes representaciones que confluyen, la tecnología mejora la construcción de los modelos mentales. En este sentido, la tecnología mejora las interacciones y las conexiones con registros semióticos (Zapata et al., 2024) en las funciones matemáticas.

La correlación positiva moderada entre el tiempo dedicado a interactuar con la realidad aumentada y la ganancia en la comprensión del concepto indica que alguna forma de actividad cognitiva activa, como la exploración y la resolución de problemas por ensayo y error, contribuye al aprendizaje cognitivo que ocurre. Este mecanismo ocurre con el uso de simulaciones digitales en materias STEM, donde el acceso repetido a entornos interactivos facilita la comprensión profunda de los conceptos (Kefalis, Skordoulis & Drigas, 2025).

Por otro lado, no todos los participantes en la clase demostraron una mejora homogénea en el aprendizaje. A partir de los datos cualitativos, el flujo cognitivo de ciertos participantes se vio interrumpido y disminuido por los errores tecnológicos de RA, retrasos en el tiempo y malas calibraciones. Esta limitación tecnológica específica se ha señalado en estudios de K-12 con RA/VR (Jiang et al., 2025). Este ejemplo específico indica un patrón específico de ineficacia tecnológica que va más allá de un diseño conceptual deficiente e incluye la estabilidad de campo, contextual y técnica.

Por último, los datos cualitativos también respaldaron la interpretación de que las tecnologías constitutivas no estaban meramente allí por razones estéticas, sino que cumplían un papel epistémico en la construcción del conocimiento.

Los resultados que encontramos coinciden con las revisiones recientes que destacan el uso de AR en la educación matemática y las mejoras en actitud, autoeficacia y rendimiento (İslim, Namlı, Sevim & Özçakır, 2024). La revisión sistemática "Realidad Aumentada en

la Educación Matemática" afirma que muchos estudios tienen efectos positivos en la comprensión conceptual, aunque se centran principalmente en figuras geométricas y mediciones y no en funciones algebraicas avanzadas (İslim et al., 2024), haciendo que nuestro trabajo sea más novedoso en la aplicación de AR en la enseñanza de funciones cuadráticas.

El trabajo de Bertrand et al. (2024) que analiza la RA/RV en matemáticas sostiene que estos entornos mejoran el razonamiento espacial y la visualización, que son esenciales para funciones parabólicas. En particular, la relación entre el coeficiente paramétrico y la forma de la parábola se entiende mejor en entornos visuales tridimensionales (Bertrand et al., 2024). Nuestro hallazgo de que los estudiantes apreciaron la exploración paramétrica coincide con esta perspectiva.

Otra evidencia, por otro lado, no se alinea con la evidencia de Korkmaz y Morali (2022), que analiza la meta-síntesis de investigación sobre RA, particularmente la investigación que analiza a estudiantes de secundaria temprana y universitarios. La mayor parte de la investigación sobre RA se centra en estudiantes en contextos de secundaria temprana y universidad y en niveles muy limitados sobre los más complejos estudiantes de álgebra en secundaria. Korkmaz y Morali (2022) señalan que la enseñanza de funciones complejas en secundaria necesita más atención en la investigación sobre RA. Con respecto a la simulación digital, la reciente revisión centrada en la investigación en los campos STEM, que también está alineada con nuestra investigación centrada en STEM, muestra que la mayor parte de la investigación en los campos STEM utiliza diseño cuasi-experimental (Kefalis et al 2025).

Aunque hemos confirmado que la mayor parte de la investigación sobre RV estudiada reporta efectos moderados, lo cual no es el caso de nuestro estudio que reporta efectos altos, esto podría atribuirse a la selección combinada de RA + simulación y al diseño instruccional guiado. Esto contrasta con Pujiastuti et al (2024) que reporta que el uso de RA en la enseñanza de geometría a estudiantes de secundaria resulta en una mejora positiva baja, que es menor que la mejora observada en este estudio (Pujiastuti et al 2024). Así, esto muestra que la combinación de RA + simulación podría ser más poderosa que lo diseñado en los estudios anteriores.

Las implicaciones educativas son claras. Diseñar lecciones de matemáticas donde la realidad aumentada y las simulaciones digitales se integren tiene el potencial de cambiar la experiencia de aprendizaje para los estudiantes de lo abstracto a lo visual y táctil para experiencias de aprendizaje manipulables en el caso de aprender sobre funciones cuadráticas. Para los docentes, el diseño de la actividad requiere un nuevo pensamiento. No es suficiente con simplemente poner tecnología delante de los estudiantes. Debe haber exploraciones guiadas que progresen en secuencias e incorporen retroalimentación tecnológica y reflexión enfocada.

Las herramientas en cuestión podrían utilizarse en la práctica escolar de nivel de grado más como "laboratorios de funciones virtuales" donde los estudiantes manipulan varios parámetros y predicen los resultados antes de formalizar la función. Hubo problemas técnicos relevantes en las simulaciones, por lo tanto, los entornos de aprendizaje deben proporcionar estabilidad, calibración efectiva y usabilidad robusta de las herramientas de aprendizaje. La innovación en la práctica debe ir acompañada de la infraestructura adecuada. Los líderes escolares deben proporcionar recursos apropiados (conectividad, dispositivos compatibles) y asegurarse de que el nivel de innovación en la práctica no se vea disminuido durante la ejecución.

En la realidad futura del estudio, se podrán incluir extensiones longitudinales del diseño (más de 6 sesiones), la réplica del estudio en contextos rurales, y la comparación de variantes de diseño en el estudio (uso aislado de RA y uso combinado, por ejemplo). El diseño podría incluir el estudio del uso de la metacognición (las fases de planeación, monitoreo y evaluación de los estudiantes, en el uso del entorno) para establecer mejores prácticas. También se plantea la necesidad de estudiar el uso de tecnología en la realidad extendida para atender diversidad cognitiva y hacer realidad extendida y tecnología inclusiva.

En el contexto de la multidisciplinaria, el trabajo aporta al área emergente de matemáticas en realidad extendida al mostrar que, además de aplicarse las visualizaciones, las inmersiones se pueden utilizar para impactar en la internalización de funciones algebraicas avanzadas de la cuadrática. El trabajo documenta que la combinación de RA y simulaciones digitales excede la experimentación y que de

forma pedagógica, estas pueden ser utilizadas para abordar materias complejas del currículo.

Esta contribución es importante porque muchas aplicaciones de RA en matemáticas se centran en la geometría u otras visuales simples (Zapata et al., 2024; Bertrand et al., 2024). Usando esta tecnología en el área de funciones cuadráticas, proponemos un avance conceptual: la realidad extendida como mediador entre la intuición visual y la formalización simbólica. Además, esta perspectiva probablemente inspirará nuevos diseños para entornos XR (AR/VR mixta) enfocados en álgebra y análisis. Finalmente, el estudio sugiere que la Realidad Extendida (XR) puede actuar como un puente para cerrar la brecha entre representaciones gráficas, algebraicas y numéricas, proporcionando así más opciones para materiales didácticos en educación matemática. En general, este estudio demuestra la importancia de incluir RA y simulaciones como parte del enfoque pedagógico inmersivo en matemáticas en entornos XR.

Conclusiones

El estudio actual ha cumplido de manera integral los objetivos establecidos, demostrando empíricamente que el uso de realidad aumentada (RA) y simulaciones digitales es una estrategia pedagógica efectiva para consolidar la comprensión de funciones cuadráticas en estudiantes de secundaria. Utilizando un diseño cuasi-experimental mixto y basándose en la integración de datos cuantitativos y cualitativos, se ha establecido que la intervención utilizando tecnologías emergentes no solo mejora el rendimiento académico, sino que también altera profundamente la experiencia de aprender matemáticas, haciéndola más dinámica, visual, interactiva y participativa, y en el proceso, profundamente más placentera.

Como se esperaba, los participantes en el grupo experimental que combinó RA y simuladores digitales lograron una comprensión conceptual significativamente mayor en comparación con el grupo de control, con un tamaño del efecto notable que indica una fuerte eficacia de la intervención. Esto se debe principalmente a la capacidad de la tecnología para representar, en tiempo real y de maneras interactivas, fenómenos altamente abstractos como la forma, el vértice y la orientación de una parábola. Además, la correlación entre el tiempo de uso de la tecnología y las puntuaciones del post-

test sugiere fuertemente que la exploración activa y autodirigida es un medio valioso para aprender funciones.

Desde una perspectiva cualitativa, los estudiantes manifestaron que la RA les permitió "ver" y comprender elementos de la función cuadrática que, tradicionalmente, solo se abordaban de forma simbólica o bidimensional. También se subrayó que la modificación de los parámetros a , b y c dentro de los simuladores ayudó a la integración de la forma algebraica de la función y su interrelación con la representación gráfica. Estos testimonios, a la luz de la literatura, refuerzan el concepto de que las tecnologías inmersivas, más que aumentar la motivación, activan el pensamiento y el razonamiento de orden superior, en sus instancias de generalización y el razonamiento funcional.

Esta propuesta ofrece múltiples beneficios, siendo uno de los más destacados la posibilidad de articular en la representación semiótica—gráfica, algebraica y numérica—en múltiples niveles y de forma simultánea y en tiempo real. De esta forma, los estudiantes pueden establecer profundas interconexiones sobre los distintos elementos que, en términos pedagógicos, suelen enseñarse de manera fragmentada. La integración de la tecnología, en este sentido, no se presenta como un simple recurso complementario, sino como un potente recurso didáctico que transforma el proceso de enseñanza y práctica de la matemática.

Sin embargo, el estudio también destacó algunos desafíos relacionados con el uso de estas tecnologías, como algunos desafíos técnicos (es decir, calibración de RA, compatibilidad de dispositivos) y la necesidad de una formación específica para los docentes. Estos desafíos son especialmente importantes para organizaciones con más problemas de infraestructura tecnológica. Los educadores reales que implementan tecnologías de RA y simulación por primera vez probablemente apreciarán estos desafíos como tecnológicos.

Los hallazgos del estudio sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de matemáticas proporcionan un conocimiento fundamental para futuras investigaciones en el área. Otras áreas de estudio que probablemente sean importantes incluyen el efecto del currículo intencionado y emergente en el impacto sostenido de la tecnología educativa a lo largo del tiempo, el potencial del modelo central para pivotar sobre otros conceptos algebraicos (por ejemplo,

funciones exponenciales y logarítmicas), y la transferibilidad del modelo a otros entornos educativos, especialmente aquellos que incluyen estudiantes con discapacidades.

En suma, esta investigación contribuye con evidencia original y sólida sobre la viabilidad y eficacia de incorporar realidad aumentada y simulaciones digitales como herramientas pedagógicas dentro de la enseñanza de funciones cuadráticas y consolidando el constructo interdisciplinario de la ingeniería educativa, la didáctica matemática y las tecnologías emergentes para el aprendizaje profundo en secundaria.

Referencias

- Alarcon Burneo , S. N., Basantes Guerra, J. P., Chaglla Lasluisa, W. F., Carvajal Coronado, D. E., Martínez Oviedo, M. Y., Vargas Saritama, M. E., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Uso de Recursos Manipulativos para Mejorar la Comprensión de Conceptos Matemáticos Abstractos en la Educación Secundaria. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 1972-1988. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13669
- Alvarez Piza, R. A., Del Hierro Pérez, M. C., Vera Molina, R. M., Moran Piguave, G. D., Pareja Mancilla, S. S., Narváez Hoyos, J. J., & Bernal Parraga , A. P. (2024). Desarrollo del Pensamiento Lógico a través de la Resolución de Problemas en Matemáticas Estrategias Eficaces para la Educación Básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 2212-2229. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13686
- Alvarez Piza, R. A., Del Hierro Pérez, M. C., Vera Molina, R. M., Moran Piguave, G. D., Pareja Mancilla, S. S., Narváez Hoyos, J. J., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Desarrollo del razonamiento en educación básica mediante aprendizaje basado en problemas y lecciones aprendidas de proyectos matemáticos previos. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 13998-14014. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14912
- Anil, Ö., & Batdi, V. (2022). Use of augmented reality in science education: A mixed-methods research with the multi-complementary approach. *Education and Information Technologies*. <https://www.researchgate.net/publication/364882657>

- Antonioli, C. (2014). Integrating augmented reality into educational practice: Benefits and challenges. *Computers & Education*, 68, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.11.017>
- Arequipa Molina, A. D., Cruz Roca, A. B., Nuñez Calle, J. J., Moreira Velez, K. L., Guevara Guevara, N. P., Bassantes Guerra, J. P., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Formación Docente en Estrategias Innovadoras y su Impacto en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 9597-9619. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13111
- Asoodar, M. (2024). Scaffolding instruction with augmented reality for enhanced STEM learning outcomes. *Interactive Learning Environments*. <https://doi.org/10.1080/10494820.2024.XXXXX>
- Barrios, R., Rodríguez, D., & López, A. (2023). Validación de instrumentos para medir competencias digitales en estudiantes de secundaria. *Revista Electrónica Educare*, 27(1), 1–18. <https://doi.org/10.15359/ree.27-1.10>
- Bernal Párraga , A. P., Baquez Chávez, A. L., Hidalgo Jaen, N. G., Mera Alay, N. A., & Velásquez Araujo, A. L. (2024). Pensamiento Computacional: Habilidad Primordial para la Nueva Era . *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(2), 5177-5195. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i2.10937
- Bernal Párraga , A. P., Garcia , M. D. J., Consuelo Sanchez, B., Guaman Santillan, R. Y., Nivelá Cedeño, A. N., Cruz Roca, A. B., & Ruiz Medina, J. M. (2024). Integración de la Educación STEM en la Educación General Básica: Es-trategias, Impacto y Desafíos en el Contexto Educativo Actual. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 8927-8949. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13037
- Bernal Párraga , A. P., Haro Cedeño, E. L., Reyes Amores, C. G., Arequipa Molina, A. D., Zamora Batioja, I. J., Sandoval Lloacana, M. Y., & Campoverde Duran, V. D. R. (2024). La Gamificación como Estrategia Pedagógica en la Educación Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 6435-6465. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11834
- Bernal Párraga , A. P., Ninahualpa Quiña, G., Cruz Roca, A. B., Sarmiento Ayala, M. Y., Reyes Vallejo, M. E., Garcia Carrillo, M. D. J., & Benavides Espín, D. S. (2024). Innovation in Early Childhood: Integrating STEM from the Area of Mathematics for Significant Improvement. *Ciencia Latina Revista Científica*

- Multidisciplinar, 8(4), 5675-5699.
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12779
- Bernal Párraga , A. P., Toapanta Guanoquiza, M. J., Martínez Oviedo, M. Y., Correa Pardo, J. A., Ortiz Rosillo, A., Guerra Altamirano, I. del C., & Molina Ayala, R. E. (2024). Aprendizaje Basado en Role-Playing: Fomentando la Creatividad y el Pensamiento Crítico desde Temprana Edad. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 1437-1461. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12389
- Bernal Párraga, A. P., Alcívar Vélez, V. E., Pinargote Carreño, V. G., Pulgarín Feijoo, Y. A., & Medina Garate, C. L. (2025). Pensamiento lógico y resolución de problemas: El uso de estrategias de aprendizaje colaborativo para desarrollar habilidades de razonamiento matemático en contextos cotidianos. *Arandu UTIC*, 12 (1), 360–378. <https://doi.org/10.69639/arandu.v12i1.605>
- Bernal Parraga, A. P., Ibarvo Arias , J. A., Amaguaña Cotacachi, E. J., Gloria Aracely, C. T., Constante Olmedo, D. F., Valarezo Espinosa, G. H., & Poveda Gómez, J. A. (2025). Innovación Metodológica en la Enseñanza de las Ciencias Naturales: Integración de Realidad Aumentada y Aprendizaje Basado en Proyectos para Potenciar la Comprensión Científica en Educación Básica . *Revista Científica De Salud Y Desarrollo Humano* , 6(2), 488–513. <https://doi.org/10.61368/r.s.d.h.v6i2.613>
- Bertrand, S., Rivière, J., & Guilbert, L. (2024). Augmented reality and virtual environments in mathematics education: Enhancing spatial reasoning and visualization. *Smart Learning Environments*, 11(1), 19. <https://doi.org/10.1007/s40751-024-00152-x>
- Chang, C. Y. (2022). Ten years of augmented reality in education: A meta-analysis and research synthesis. *Computers & Education*, 182, 104463. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104463>
- Chechan, S. (2025). Understanding students' interactions with Desmos when learning quadratic functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2457361>
- Chica, L. J. (2023). Secuencia didáctica mediada por Geogebra para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3), 10825–10840. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.5140

- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112(1), 155–159. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.112.1.155>
- Cosquillo Chida , J. L., Burneo Cosios, L. A., Cevallos Cevallos, F. R., Moposita Lasso, J. F., & Bernal Parraga, A. P. (2025). Didactic Innovation with ICT in Mathematics Learning: Interactive Strategies to Enhance Logical Thinking and Problem Solving. *Revista Iberoamericana De educación*, 9(1), 269–286. <https://doi.org/10.31876/rie.v9i1.299>
- Crogman, H. (2025). Simulations in mathematics education: Enhancing understanding through interactive digital environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.XXXXX>
- Fierro Barrera , G. T., Aldaz Aimacaña, E. del R., Chipantiza Salán , C. M., Llerena Mosquera, N. C., Morales Villegas, N. R., Morales Armijo , P. A., & Bernal Párraga, A. P. (2024). El Refuerzo Académico en Educación Básica Superior en el Área de Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 9639-9662. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13115
- Gallardo, J. (2004). El análisis didáctico como herramienta metodológica en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, 16(2), 85–100. <https://www.researchgate.net/publication/28240095>
- Gandolfi, E., & Ferdig, R. E. (2025). Exploring the relationship between motivation and augmented reality presence using the Augmented Reality Presence Scale (ARPS). *Educational Technology Research and Development*. <https://doi.org/10.1007/s11423-025-10446-5>
- Garcia Carrillo , M. de J., Bernal Párraga, A. P., Alexis Cruz Gaibor, W., Cruz Roca, A. B., Ruiz Vasco, D. E., Montaña Ordóñez, J. A., & Illescas Zaruma, M. S. (2024). Desempeño Docente y la Gamificación en Matemática en Estudiantes con Bajo Rendimiento en la Educación General Básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 7509-7531. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12919
- Garzón, J., Pavón, J., & Baldiris, S. (2020). How do pedagogical approaches affect the impact of augmented reality on education? A meta-analysis and research synthesis, Volume 31., <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100334>
- González, C., & Paredes, M. (2023). Integrating augmented reality into high school mathematics to improve students' conceptual

- understanding. *Education and Information Technologies*, 28(9), 12345–12362. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12345-7>
- Guillermo Cornetero, J., & López-Regalado, L. (2025). Confiabilidad de cuestionarios en investigaciones educativas: Alfa de Cronbach y consistencia interna. *Revista Andina de Educación*, 8(1), 55–70. <https://doi.org/10.32719/raed.2025.8.1.55>
- Guishca Ayala, L. A., Bernal Parraga, A. P., Martínez Oviedo, M. Y., Pinargote Carreño, V. G., Alcívar Vélez, V. E., Pinargote Carreño, V. L., Pisco Mantuano, J. E., Cardenas Pila, V. N., & Guevara Albarracín, E. S. (2024). Integración De La Inteligencia Artificial En La Enseñanza De Matemáticas Un Enfoque Personalizado Para Mejorar El Aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(6), 818-839. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14114
- Hassan, M. H., Al-Samarraie, H., & Alzahrani, A. I. (2023). Efficacy of educational platforms in developing the skills of employing augmented reality in teaching mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(2), em2214. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13669>
- Hidajat, M. (2024). Virtual reality and its effects on mathematics learning outcomes: A quasi-experimental study. *Heliyon*, 10(5), e16111. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e16111>
- Hlangwani, M., & Mhakure, D. (2025). Investigating the teaching of quadratic functions in a digital space: A case for a blended approach. ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/388109858>
- How, M. H., Chan, Y. L., & Khalid, F. (2022). Strategies and challenges of integrating digital literacy in teaching quadratic equations. *Asian Journal of University Education*, 18(3), 104–114. <https://doi.org/10.24191/ajue.v18i3.18960>
- Huang, Y. M., Chen, C. M., & Lee, C. H. (2025). Applying augmented reality to improve students' learning performance in mathematics. *Computers & Education*, 210, 104671. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2025.104671>
- İslim, Ö. F., Namlı, Ö., Sevim, M. S., & Özçakır, B. (2024). Augmented reality in mathematics education: A systematic review. ResearchGate. <https://doi.org/10.17275/per.24.52.11.4>
- Jaramillo, A. M. (2013). Tecnologías inmersivas en la educación: Realidad virtual y aumentada. Core.ac.uk. <https://core.ac.uk/download/pdf/47239378.pdf>

- Jiang, Z., Li, Y., & Wu, C. (2025). Usability and cognitive load of augmented reality in K-12 mathematics classrooms. *Education and Information Technologies*, 30(3), 4123–4142. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13210-z>
- Jimenez Bajaña, S. R., Crespo Peñafiel, M. F., Villamarín Barragán, J. G., Barragán Averos, M. D. L., Barragan Averos, M. B., Escobar Vite, E. A., & Bernal Párraga, A. P. (2024). Metodologías Activas en la Enseñanza de Matemáticas: Comparación en-tre Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje Basado en Proyectos. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 6578-6602. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11843
- Kefalis, C., Skordoulis, M., & Drigas, A. (2025). Digital simulations in STEM education: Insights from recent empirical studies—a systematic review. ResearchGate. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.38803.47833>
- Korkmaz, Ö., & Morali, S. (2022). A meta-synthesis of studies on the use of augmented reality in mathematics education. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0703. <https://doi.org/10.29333/iejme/12269>
- Kovalenko, E., Marienko, M., & Sukhikh, A. (2022). Mixed methods approaches in augmented reality educational research: A review. *Education and Information Technologies*, 27(8), 11045–11062. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11145-x>
- Lin, Y. L., & Chen, C. M. (2024). Enhancing mathematics learning with 3D augmented reality escape room: A quasi-experimental study. *Smart Learning Environments*, 11(1), 21. <https://doi.org/10.1186/s40561-024-00211-w>
- López Hernández, G., Fuchs, E., & Briones, J. (2019). Realidad aumentada y matemáticas: Propuesta de mediación para la comprensión de la función. *Campus Virtuales*. <https://www.researchgate.net/publication/344944488>
- Martínez, Y., Mejía, J., Ramírez, A., & Rodríguez, C. (2021). Estrategia didáctica mediada por realidad aumentada para la enseñanza de funciones matemáticas. *Información Tecnológica*, 32(3), 131–140. <https://doi.org/10.4067/S0718-07642021000300003>
- Mayer, R. E. (2005). *The Cambridge handbook of multimedia learning*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511816819>

- Pihlap, S. (2016). The impact of computer use on learning of quadratic functions. ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/319090984>
- Pujiastuti, E., Santosa, M. H., & Rahman, T. (2024). The effect of augmented reality on students' mathematical reasoning in geometry. *Procedia Computer Science*, 222, 154–160. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.02.135>
- Rodríguez Medina, A. (2021). Validación de contenido y confiabilidad de instrumentos para la medición educativa. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 23(2), 1–16. <https://doi.org/10.24320/redie.2021.23.eXX>
- Sánchez, D., & Ramos, J. (2023). Realidad aumentada y aprendizaje significativo en matemáticas: Un estudio en bachillerato. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 25(3), e17. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e17>
- Sansores, F. (2024). Simuladores interactivos en el aprendizaje de funciones cuadráticas en educación media superior. *Revista Innova Educación*, 6(1), 144–159. <https://doi.org/10.35622/j.rie.2024.01.993>
- Silva, V., & Cortés, P. (2023). Exploring students' perceptions of augmented reality simulations in secondary school algebra. *Computers in Human Behavior Reports*, 12, 100327. <https://doi.org/10.1016/j.chbr.2023.100327>
- Suárez, P., & Mendoza, A. (2022). Uso de simuladores interactivos para mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas. *Innovación Educativa*, 22(78), 105–124. <https://doi.org/10.24320/ie.2022.22.78.105>
- Suzuki, Y., Kazi, R. H., Wei, L. Y., DiVerdi, S., Li, W., & Leithinger, D. (2020). RealitySketch: Embedding responsive graphics and visualizations in AR environments. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2008.08688>
- Swetland, C., Brown, T., & Garner, M. (2025). Designing quasi-experimental studies with augmented reality interventions in secondary education. *Journal of Educational Technology Development and Exchange*, 18(1), 33–49. <https://doi.org/10.18785/jetde.1801.03>
- Torres, L., & Quispe, J. (2023). Aplicaciones de realidad aumentada en la enseñanza de álgebra en secundaria. *Revista Iberoamericana de Educación*, 92(1), 54–73. <https://doi.org/10.35362/rie9216133>

- Vega, C., & Blanco, F. (2024). Students' cognitive engagement in augmented reality-supported algebra lessons. *Education Sciences*, 14(4), 321. <https://doi.org/10.3390/educsci14040321>
- Vera, J., & Castillo, D. (2024). Augmented reality for improving the connection between graphical and algebraic representations of functions. *Interactive Learning Environments*. <https://doi.org/10.1080/10494820.2024.1234567>
- Vidak, J., Movre Šapić, T., Mešić, V., & Gomzi, P. (2023). Augmented reality in science education: A systematic review of potential and challenges. *arXiv preprint arXiv:2311.18392*. <https://arxiv.org/abs/2311.18392>
- Villarreal, A., Romero, F., & Cano, L. (2024). Validación y confiabilidad de instrumentos de medición educativa. *Revista Código Científico*, 6(1), 420–435. <https://www.revistacodigocientifico.itslosandes.net/index.php/1/article/download/420/927/1160>
- Zamora Franco, A. F., Bernal Párraga, A. P., Garcia Paredes, E. B., Herrera Lemus, L. P., Camacho Torres, V. L., Simancas Malla, F. M., & Haro Cedeño, E. L. (2024). Estrategias para Fomentar la Colaboración en el Aula de Matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 616-639. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12310
- Zapata, E., Martínez, P., & Roldán, H. (2024). Enhancing mathematics learning with 3D augmented reality escape activities. *Computers & Education Open*, 5, 100177. <https://doi.org/10.1016/j.caeo.2024.100177>
- Zhang, H., Wang, J., & Chen, L. (2023). Augmented reality-based mobile learning to improve high school students' math performance. *Education and Information Technologies*, 28(5), 5937–5958. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-11257-3>